# La musique en Braille, c'est ambigu

Épreuve pratique d'algorithmique et de programmation
Concours commun des Écoles normales supérieures

Durée de l'épreuve : 3 heures 30 minutes

Juin/Juillet 2022

**ATTENTION !**

N'oubliez en aucun cas de recopier votre $u_0$
à l'emplacement prévu sur votre fiche réponse

**Important.**

Il vous a été donné un numéro $u_0$ qui servira d'entrée à vos programmes. Les réponses attendues sont généralement courtes et doivent être données sur la fiche réponse fournie à la fin du sujet. À la fin du sujet, vous trouverez en fait deux fiches réponses. La première est un exemple des réponses attendues pour un $\widetilde{u_0}$ particulier (précisé sur cette même fiche et que nous notons avec un tilde pour éviter toute confusion !). Cette fiche est destinée à vous aider à vérifier le résultat de vos programmes en les testant avec $\widetilde{u_0}$ au lieu de $u_0$. Vous indiquerez vos réponses (correspondant à votre $u_0$) sur la seconde et vous la remettrez à l'examinateur à la fin de l'épreuve.

En ce qui concerne la partie orale de l'examen, lorsque la description d'un algorithme est demandée, vous devez présenter son fonctionnement de façon schématique, courte et précise. Vous ne devez en aucun cas recopier le code de vos procédures !
Quand on demande la complexité en temps ou en mémoire d'un algorithme en fonction d'un paramètre $n$, on demande l'ordre de grandeur en fonction du paramètre, par exemple : $O(n^2)$, $O(n \log n)$,...
Il est recommandé de commencer par lancer vos programmes sur de petites valeurs des paramètres et de ***tester vos programmes sur des petits exemples que vous aurez résolus préalablement à la main ou bien à l'aide de la fiche réponse type fournie en annexe***.
Enfin, il est recommandé de lire l'intégralité du sujet avant de commencer afin d'effectuer les bons choix de structures de données dès le début.

# 1 Préliminaires

On rappelle que pour deux entiers naturels $a$ et $b$, $a \bmod b$ désigne le reste de la division entière de $a$ par $b$.

### Suite de nombres pseudo-aléatoires

On fixe $M = 2^{31} - 1 = 2\,147\,483\,647$.
On définit la suite $\overline{u}(n)$ par récurrence :

$$\overline{u}(0) = u_0, \quad \forall n \in \mathbb{N}, \overline{u}(n+1) = (16\,807 \times \overline{u}(n) + 17) \bmod M$$

$u_0$ vous ayant été donné, et doit être reporté sur votre fiche réponse.
On définit alors la suite

$$u(n) = \overline{u}(n \bmod 999\,983)$$

**Question 1** *Calculez* $u(n) \bmod 997$ *pour*

***a)*** $n = 16$, ***b)*** $n = 1024$, ***c)*** $n = 1\,000\,000$.

# 2 Introduction

Le Braille est un système d'écriture permettant aux personnes aveugles de lire des documents. Il utilise des cellules composées de 6 points qui sont chacun soit saillant soit à plat, il n'y a ainsi que $2^6 = 64$ combinaisons possibles pour chaque cellule, l'alphabet est donc limité à 64 symboles. Parvenir à encoder le plus d'information possible avec chaque symbole est donc un enjeu très important pour limiter le nombre de pages d'un ouvrage.
Notamment, la musique est écrite en Braille en utilisant autant que possible le principe d'un seul symbole par note musicale. La combinatoire des notes possibles est cependant très grande : pour chaque note il faut à la fois encoder sa hauteur, sa durée, son expression... Il a donc été décidé de rendre l'encodage ambigu en utilisant le même symbole pour différentes notes. Par exemple, le symbole

⠮

encode une note de hauteur LA, mais qui peut durer soit 4 temps (une ronde), soit 1/4 de temps (une double croche). Il en est de même pour tous les différents symboles représentant les différentes notes : pour un symbole donné, la hauteur de la note est connue, mais la durée est ambiguë, entre deux durées possibles.
Pour lever l'ambiguïté, on utilise le fait que pour une suite de notes appelée mesure, on connait la durée totale[1]. Il faut alors lire l'ensemble des symboles de la mesure, et constater que seule une interprétation de ces symboles est possible, car c'est la seule qui respecte la durée totale de la mesure.
En pratique, les musiciens devinent assez facilement la durée des notes grâce à leur culture musicale. Un ordinateur qui est dépourvu d'une telle culture est cependant obligé d'énumérer les interprétations possibles.

1. 4 temps, typiquement

# 3 Modélisation

Pour simplifier la modélisation, on ignore la hauteur des notes, et l'on utilise des durées entières. On modélise ainsi le problème de la façon suivante :

- L'alphabet $\mathcal{A}$ utilisé est composé de 4 symboles représentant les notes : $\mathcal{A} = \{0, 1, 2, 3\}$.
- À chaque symbole $s$ est associé à la fois une durée courte $d_0(s)$ et une durée longue $d_1(s)$ de la note. Voici leurs valeurs :

| Symbole | Durée courte | Durée longue |
|---|---|---|
| 0 | $d_0(0) = 1$ | $d_1(0) = 16$ |
| 1 | $d_0(1) = 2$ | $d_1(1) = 32$ |
| 2 | $d_0(2) = 4$ | $d_1(2) = 64$ |
| 3 | $d_0(3) = 8$ | $d_1(3) = 128$ |

- Une mesure de longueur $k$ est une suite de symboles : $M = (s_{k-1}, s_{k-2}, \ldots, s_0)$
- Une interprétation est une suite de 0 et de 1 de même longueur que la mesure : $I = (i_{k-1}, i_{k-2}, \ldots, i_0)$ qui exprime pour chaque symbole si c'est une durée courte (0) ou si c'est une durée longue (1) qui est exprimée par l'interprétation.
- Pour une mesure $M$, la durée $D(M, I)$ de la mesure $M$ avec l'interprétation $I$ est ainsi égale à

$$D(M, I) = \sum_{n=0}^{k-1} d_{i_n}(s_n)$$

- On utilisera également pour identifier les interprétations le numéro $N(I)$ associé à une interprétation :

$$N(I) = \sum_{n=0}^{k-1} i_n \times 2^n$$

Par exemple, avec $M = (2, 2, 3)$ et l'interprétation $I = (1, 0, 0)$,

$$D(M, I) = d_1(2) + d_0(2) + d_0(3) = 64 + 4 + 8 = 76$$

$$N(I) = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 4$$

Pour $k$ et $n$ donnés, on note $M_k^n$ la mesure de $k$ symboles suivante :

$$M_k^n = (u(n + k - 1) \mod 4, u(n + k - 2) \mod 4, \ldots, u(n) \mod 4)$$

On note $I_k^n$ l'interprétation suivante :

$$I_k^n = (u(2n + k - 1) \mod 2, u(2n + k - 2) \mod 2, \ldots, u(2n) \mod 2)$$

Pour dénoter facilement une durée possible de la mesure $M_k^n$, on utilise la durée de cette interprétation, notée $D_k^n$ :

$$D_k^n = D(M_k^n, I_k^n)$$

Par exemple, pour $\widetilde{u_0}$, on a

$$\begin{aligned}\widetilde{M_6^0} &= (1,0,0,3,3,2)\\ \widetilde{I_6^0} &= (1,0,0,1,1,0)\\ \widetilde{D_6^0} &= 294\end{aligned}$$

**Question 2** *Calculez*

***a)*** $D_{16}^0$, ***b)*** $N\left(I_6^0\right)$, ***c)*** $N\left(I_{16}^0\right)$, ***d)*** $D_{10\,000}^0$.

**Question à développer pendant l'oral 1** *Expliquez vos implémentations et leur complexité.*

# 4 Même longueur ?

Lorsque l'on pioche deux paires $(M, I)$ aléatoirement comme on l'a effectué à la section précédente, il y a très peu de chances que les deux durées correspondantes soient les mêmes. On se demande s'il suffit de tronquer un peu les mesures pour obtenir la même durée.

Notons $T(X, l)$ la troncation d'une suite à ses $l$ premières valeurs : pour $X = (x_{k-1}, x_{k-2}, \ldots, x_0)$, $T(X, l) = (x_{k-1}, x_{k-2}, \ldots, x_{k-l})$ (avec $l \leq k$).

Par exemple, pour $\widetilde{u_0}$, on a

$$\begin{aligned}\widetilde{M_5^{10}} &= (3,2,1,3,3)\\ \widetilde{I_5^{10}} &= (0,1,0,1,1)\\ \widetilde{D_5^{10}} &= D\left(\widetilde{M_5^{10}}, \widetilde{I_5^{10}}\right) = 330\\ \widetilde{M_5^{27}} &= (2,2,1,2,0)\\ \widetilde{I_5^{27}} &= (0,1,0,0,0)\\ \widetilde{D_5^{27}} &= D\left(\widetilde{M_5^{27}}, \widetilde{I_5^{27}}\right) = 75\end{aligned}$$

Mais si l'on tronque $\widetilde{M_5^{10}}$ à ses 3 premières notes et $\widetilde{M_5^{27}}$ à ses 4 premières notes (ainsi que leurs interprétations respectives), on a

$$\begin{aligned}D\left(T\left(\widetilde{M_5^{10}}, 3\right), T\left(\widetilde{I_5^{10}}, 3\right)\right) &= 74 =\\ D\left(T\left(\widetilde{M_5^{27}}, 4\right), T\left(\widetilde{I_5^{27}}, 4\right)\right) &= 74\end{aligned}$$

Et il s'agit d'ailleurs de la plus grande durée que l'on peut obtenir ainsi.
On note pour cette opération d'égalisation :

$$\begin{aligned}E(M_1, I_1, M_2, I_2) &= (l_1, l_2) \quad \text{tel que } D\left(T(M_1, l_1), T(I_1, l_1)\right) = D\left(T(M_2, l_2), T(I_2, l_2)\right) = x\\ &\qquad\qquad\quad \text{avec } x \text{ maximal}\end{aligned}$$

Pour $\widetilde{u_0}$ on a donc $E\left(\widetilde{M_5^{10}}, \widetilde{I_5^{10}}, \widetilde{M_5^{27}}, \widetilde{I_5^{27}}\right) = (3, 4)$

**Question 3** *Calculez*

**a)** $E\left(M_{32}^{0}, I_{32}^{0}, M_{32}^{70}, I_{32}^{70}\right)$,

**b)** *le nombre d'entiers* $n \in [\![0, 99]\!]$ *tels que* $E\left(M_{32}^{n}, I_{32}^{n}, M_{32}^{n+70}, I_{32}^{n+70}\right) \neq (0,0)$,

**Question à développer pendant l'oral 2** *Expliquez comment précalculer très efficacement toutes les valeurs* $D(T(M_1, l_1), T(I_1, l_1))$ *et* $D(T(M_2, l_2), T(I_2, l_2))$ *pour les différentes valeurs de* $l_1$ *et* $l_2$. *Expliquez comment cela permet de calculer* $E(M_1, I_1, M_2, I_2)$ *très efficacement.*

**Question 4** *Calculez*

**a)** *le nombre d'entiers* $n \in [\![0, 9999]\!]$ *tels que* $E\left(M_{100}^{n}, I_{100}^{n}, M_{100}^{n+200}, I_{100}^{n+200}\right) \neq (0,0)$,

**b)** *la plus petite valeur de* $k \geq 1$ *pour laquelle tous les entiers* $n \in [\![0, 99]\!]$ *sont tels que* $E\left(M_{k}^{n}, I_{k}^{n}, M_{k}^{n+2k}, I_{k}^{n+2k}\right) \neq (0,0)$.

**Question à développer pendant l'oral 3** *Expliquez votre implémentation et sa complexité.*

# 5 Problème d'ambiguïté

Le problème de l'ambiguïté de la lecture du Braille musical peut s'exprimer ainsi :

*Étant données une mesure* $M$ *et une durée ciblée* $\mathcal{D}$*, trouver une interprétation* $I$ *telle que la durée de l'interprétation* $I$ *de la mesure* $M$ *est égale à* $\mathcal{D}$ *:*

$$D(M, I) = \mathcal{D}$$

Selon la mesure et la durée données, il peut y avoir plusieurs interprétations possibles, ou bien une seule, voire aucune. On notera l'ensemble des interprétations solution $\mathbb{I}(M, \mathcal{D})$, et le nombre d'interprétations solution $|\mathbb{I}(M, \mathcal{D})|$.
Par exemple :

- Avec $M = (0, 0, 1)$ et $\mathcal{D} = 64$, l'interprétation $I = (1, 1, 1)$ donne $D(M, I) = 64$, et c'est la seule interprétation qui permet d'obtenir cette durée pour $M$.
- avec $M = (0, 0, 1)$ et $\mathcal{D} = 32$, il n'existe pas d'interprétation qui permet d'obtenir cette durée.
- avec $M = (0, 0, 0)$ et $\mathcal{D} = 18$, les trois interprétations $I_1 = (1, 0, 0)$, $I_2 = (0, 1, 0)$, et $I_3 = (0, 0, 1)$ permettent d'obtenir cette durée.

Lorsque plusieurs interprétations sont possibles, on retiendra celle qui est la première dans l'ordre lexicographique. Pour le dernier exemple ci-dessus $M = (0, 0, 0)$ et $\mathcal{D} = 18$, on retiendra donc l'interprétation $I_3 = (0, 0, 1)$. Il se trouve que c'est celle dont le numéro est le plus petit : $N(I_3) = 1$. On la notera $I(M, \mathcal{D})$.
Par exemple, pour $\widetilde{u_0}$, on a

$$\begin{aligned} I\left(\widetilde{M_5^0}, \widetilde{D_5^0}\right) &= (0, 0, 1, 1, 0) \\ I\left(\widetilde{M_6^0}, \widetilde{D_6^0}\right) &= (0, 1, 1, 1, 1, 0) \\ N\left(I\left(\widetilde{M_6^0}, \widetilde{D_6^0}\right)\right) &= 30 \end{aligned}$$

**Question 5** *Calculez*

**a)** $\left|\mathbb{I}(M_6^0, D_6^0)\right|$ **b)** $\left|\mathbb{I}(M_{12}^0, D_{12}^0)\right|$

**Question à développer pendant l'oral 4** *Expliquez pourquoi durant l'énumération des interprétations possibles, l'état du calcul ne dépend que de la position au sein de la mesure et la durée totale des notes précédant cette position.*

**Question 6** *Calculez*

**a)** $\left|\mathbb{I}(M_{24}^0, D_{24}^0)\right|$ **b)** $\left|\mathbb{I}(M_{64}^0, D_{64}^0)\right| \bmod 100\,000$

**Question à développer pendant l'oral 5** *Expliquez votre algorithme et sa complexité.*

**Question 7** *Calculez*

**a)** $N\left(I(M_6^0, D_6^0)\right)$ **b)** $N\left(I(M_{12}^0, D_{12}^0)\right)$

**c)** $N\left(I(M_{42}^0, D_{42}^0)\right) \bmod 100\,000$ **d)** $N\left(I(M_{128}^0, D_{128}^0)\right) \bmod 100\,000$

**Question à développer pendant l'oral 6** *Expliquez votre algorithme et sa complexité.*

**Question à développer pendant l'oral 7** *Décrivez comment on pourrait calculer directement le nombre total de solutions sans avoir à les énumérer une par une (on pourra éventuellement partir d'une solution connue). On ne cherchera pas à l'implémenter.*

## 6 Polyphonie

Il arrive parfois que les mélodies se séparent en deux parties, certains musiciens jouant l'une pendant que d'autres jouent l'autre. Souvent les différentes parties couvrent toute la mesure et leurs durées sont donc égales à celle de la mesure. Il arrive cependant souvent aussi que les différentes parties se séparent et se rejoignent à différents moments de la mesure. La mesure est alors découpée en sections comportant chacune une ou plusieurs parties. Les parties d'une même section doivent alors avoir des durées identiques[2], que l'on appelle durée de la section. La durée de la mesure doit alors être égale à la somme des durées des sections.
Il est donc à noter que la durée des sections n'est pas connue, elle est déduite, le cas échéant, de la seule possibilité d'interprétation des notes au sein des différentes parties tout en respectant l'égalité des durées des parties au sein d'une même section. Sinon plusieurs interprétations sont donc possibles.
À l'écrit, les différentes sections de la mesure sont séparées par une marque ( ∷ , que l'on notera 5). Au sein d'une section, les différentes parties sont séparées par une marque ( ·· , que l'on notera 4).

Par exemple, la mesure $M = (1, 5, 0, 4, 3, 2, 1, 1)$ est composée d'une première section n'ayant qu'une partie $(1)$, puis d'une deuxième section comportant deux parties $(0)$ et $(3, 2, 1, 1)$. Cela signifie donc que le premier musicien joue $(1, 0)$ pendant que le deuxième musicien joue $(1, 3, 2, 1, 1)$.

2. Pour que les musiciens terminent leurs parties respectives en même temps.

Avec une durée de mesure 48, la seule interprétation possible est $I = (1, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0)$, car la seule possibilité de durée commune pour les deux parties de la deuxième section est 16.
Note : les marques 4 et 5 n'ont pas besoin d'indication d'interprétation, par convention on leur donne l'interprétation 0.

On note pour $X = (x_0, x_1, \dots, x_{k-1})$ et $Y = (y_0, y_1, \dots, y_{l-1})$ la concaténation

$$X \cdot Y = (x_0, x_1, \dots, x_{k-1}, y_0, y_1, \dots, y_{l-1})$$

Attention : dans les questions suivantes, seules $M_6^0$ et $I_6^0$ de la première section dépendent de $u_0$ ; pour les autres sections, qui utilisent $\widetilde{M_1}, \widetilde{I_1}, \widetilde{M_2}, \widetilde{I_2}$, utilisez toujours la valeur pour $\widetilde{u_0}$, c'est-à-dire utilisez toujours :

$$\begin{array}{rcl} \widetilde{M_5^0} & = & (0, 0, 3, 3, 2) \\ \widetilde{M_5^{414}} & = & (2, 1, 3, 2, 2) \\ \widetilde{I_5^0} & = & (0, 0, 1, 1, 0) \\ \text{etc.} & & \end{array}$$

**Question 8** *On note*

$$\begin{array}{rcl} \widetilde{M_1} & = & \widetilde{M_5^0} \\ \widetilde{M_2} & = & \widetilde{M_5^{414}} \\ \widetilde{I_1} & = & \widetilde{I_5^0} \\ M & = & M_6^0 \cdot (5) \cdot \widetilde{M_1} \cdot (4) \cdot \widetilde{M_2} \cdot (5) \cdot \widetilde{M_1} \cdot (4) \cdot \widetilde{M_2} \\ D & = & D(M_6^0, I_6^0) + 2 \times D(\widetilde{M_1}, \widetilde{I_1}) \end{array}$$

*C'est-à-dire que les deux musiciens jouent d'abord ensemble $M_6^0$, puis jouent séparément l'un $\widetilde{M_1}$ et l'autre $\widetilde{M_2}$, terminent ensemble, et de nouveau jouent séparément l'un $\widetilde{M_1}$ et l'autre $\widetilde{M_2}$, et terminent ensemble exactement à la fin de la mesure.*
*De nouveau, on notera l'ensemble des interprétations solution $\mathbb{I}(M, \mathcal{D})$, et le nombre d'interprétations solution $|\mathbb{I}(M, \mathcal{D})|$.*

***a)*** *Calculez $|\mathbb{I}(M, D)|$.*

**Question à développer pendant l'oral 8** *Expliquez votre implémentation et sa complexité.*

**Question 9** *On note*

$$\begin{array}{rcl} M & = & M_6^0 \cdot (5) \cdot \widetilde{M_1} \cdot (4) \cdot \widetilde{M_2} \\ D & = & D(M_6^0, I_6^0) + D(\widetilde{M_1}, \widetilde{I_1}) \end{array}$$

*On indique pour vérification des valeurs de $\widetilde{M_k^n}$ et $\widetilde{I_k^n}$ que vous obtenez, utilisées dans les calculs demandés ci-dessous, y compris pour votre propre $u_0$ :*

$$
\begin{aligned}
\widetilde{M_6^0} &= [1,0,0,3,3,2] \\
\widetilde{M_6^{167}} &= [2,3,1,2,1,2] \\
\widetilde{N(I_6^0)} &= 38 \\
\widetilde{M_{15}^0} &= [3,2,1,3,3,2,2,3,3,1,0,0,3,3,2] \\
\widetilde{M_{15}^{3646}} &= [3,0,3,3,0,3,1,3,3,2,3,3,0,0,2] \\
\widetilde{I_{15}^0} &= 23\,782 \\
\widetilde{M_{30}^3} &= [2,2,2,1,2,0,0,1,2,1,0,3,1,0,1,2,0,0,3,2,1,3,3,2,2,3,3,1,0,0] \\
\widetilde{M_{30}^{658}} &= [1,2,0,1,3,2,3,2,0,0,1,1,0,1,2,0,1,1,3,3,2,2,3,0,3,1,1,0,0,3] \\
\widetilde{I_{30}^3} &= 9\,097\,587
\end{aligned}
$$

**a)** *Calculez* $|\mathbb{I}(M,D)|$ *pour* $\widetilde{M_1} = \widetilde{M_6^0}, \widetilde{I_1} = \widetilde{I_6^0}, \widetilde{M_2} = \widetilde{M_6^{167}}$.

**b)** *Calculez* $|\mathbb{I}(M,D)| \bmod 100\,000$ *pour* $\widetilde{M_1} = \widetilde{M_{15}^0}, \widetilde{I_1} = \widetilde{I_{15}^0}, \widetilde{M_2} = \widetilde{M_{15}^{3646}}$.

**c)** *Calculez* $|\mathbb{I}(M,D)| \bmod 100\,000$ *pour* $\widetilde{M_1} = \widetilde{M_{30}^3}, \widetilde{I_1} = \widetilde{I_{30}^3}, \widetilde{M_2} = \widetilde{M_{30}^{658}}$.

# 7 Désambiguïsation

Pour lever l'ambiguïté et permettre donc aux musiciens d'être sûrs de l'interprétation qu'ils doivent utiliser pour jouer la mesure, on ajoute des marques qui apportent une information sur la durée.
Une première marque indique que la note qui suit est de durée longue, tandis qu'une autre marque indique que la note qui suit est de durée courte.
Par exemple, pour une mesure $M = (0,0,0)$ et l'interprétation voulue $I = (0,0,1)$ (et donc une durée 18), il suffit d'utiliser une marque avant la troisième note pour préciser qu'elle doit être interprétée avec une durée longue. Avec cette information, seule l'interprétation voulue est alors possible, sans avoir besoin de précisions sur les autres notes.

L'objectif est alors de minimiser le nombre de marques utilisées pour lever l'ambiguïté. On souhaite également placer ces marques le plus possible en début de mesure[3]. À noter qu'on préfèrera minimiser le nombre de marques, avant de préférer les placer plutôt en début de mesure. Ainsi, par exemple pour la mesure $M = (0,2,1,0)$ et l'interprétation voulue $I = (0,0,1,0)$ (et donc une durée 38), on aurait pu placer une marque devant la troisième note pour indiquer qu'elle doit être interprétée avec une durée longue, et les autres notes sont alors forcément interprétées avec une durée courte. Mais l'on préfèrera placer une marque devant la toute première note pour indiquer qu'elle doit être interprétée avec une durée courte. Le reste de l'interprétation est alors tout autant sans ambiguïté. On notera cela $A(M,I) = (1,0,0,0)$ pour exprimer que pour lever l'ambiguïté selon ces principes, une marque a été utilisée sur la première note (signalé par la présence du 1) mais pas sur les autres (signalé par la présence des 0). Comme pour les interprétations, on utilisera $N(A)$ pour abréger leur écriture.

3. Pour que les musiciens soient le moins surpris possible.

Ainsi, par exemple pour $\widetilde{u_0}$ on a (attention, la valeur de $n$ est différente par rapport à la section 5) :

$$\begin{aligned} A\left(\widetilde{M_5^{14}}, \widetilde{I_5^{14}}\right) &= (0,0,1,0,0) \\ A\left(\widetilde{M_6^{14}}, \widetilde{I_6^{14}}\right) &= (0,0,0,0,1,0) \\ N\left(A\left(\widetilde{M_6^{14}}, \widetilde{I_6^{14}}\right)\right) &= 2 \end{aligned}$$

**Question 10** *Calculez*

***a)*** $N(A(M_8^{14}, I_8^{14}))$ ***b)*** $N(A(M_{12}^{14}, I_{12}^{14}))$ ***c)*** $N(A(M_{16}^{14}, I_{16}^{14}))$

**Question à développer pendant l'oral 9** *Expliquez votre implémentation et sa complexité.*

**Question à développer pendant l'oral 10** *Dans quelle mesure peut-on utiliser une mémoisation ? (ou une programmation dynamique)*

◇ ◇ ◇ ◇

# Fiche réponse type : La musique en Braille, c'est ambigu

**$\widetilde{u_0}$ : 42**

**Question 1**

a) 781

b) 374

c) 805

**Question 2**

a) 979

b) 38

c) 23782

d) 417139

**Question 3**

a) (29, 31)

b) 69

**Question 4**

a) 9292

b) 113

**Question 5**

a) 2

b) 38

**Question 6**

a) 87344

b) 12704

**Question 7**

a) 30

b) 1503

c) 21439

d) 35807

**Question 8**

a) 1392

**Question 9**

a) 206

b) 60464

c) 78560

**Question 10**

a) 2

b) 514

c) 37378

## Fiche réponse : La musique en Braille, c'est ambigu

**Nom, prénom, $u_0$ :** ........................................

**Question 1**

a)

b)

c)

**Question 2**

a)

b)

c)

d)

**Question 3**

a)

b)

**Question 4**

a)

b)

**Question 5**

a)

b)

**Question 6**

a)

b)

**Question 7**

a)

b)

c)

d)

**Question 8**

a)

**Question 9**

a)

b)

c)

**Question 10**

a)

b)

c)

◊ ◊ ◊ ◊